Hoofdstuk 1

Rationale functies

§ 1. Begrippen

1. Inleiding

Een bedrijf produceert yoghurt en verpakt die in dozen met een vierkante bodem en een inhoud van 1 liter.

Stellen we de zijde van het grondvlak voor door z dm en de hoogte door h dm, dan is de inhoud .... dm^3.

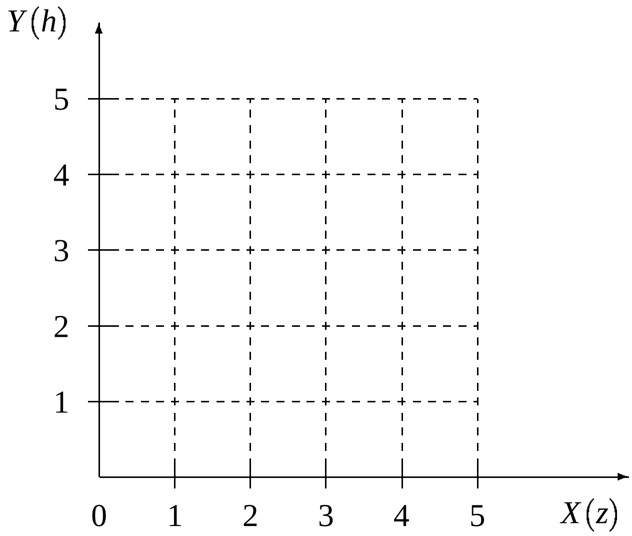
Als de doos een inhoud van $1\,\text{l} = 1\,\text{dm}^3$ moet hebben, bereken dan h als functie van z.

Berekening:

Om een grafiek van deze functie te kunnen tekenen, berekenen we enkele functiewaarden:

z	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3
h						

Maak nu een schets van de grafiek:



Merk op:

- De grafiek snijdt de X-as ...., maar nadert de X-as steeds ....
  Wat betekent dit concreet?

- De grafiek snijdt de Y-as ...., maar nadert de Y-as steeds ....
  Wat betekent dit concreet?

Laat ons nu terug overgaan naar de gebruikelijke symbolen van de wiskunde. De zijde z zullen we dan verder de veranderlijke .... noemen, terwijl we de geschetste functie die h uitdrukt in functie van ...... of ......, verder zullen voorstellen door ....
Geef nu een voorschrift voor deze functie:

Welke functies heb je vorig jaar bestudeerd? ....

Geef zo'n voorbeeld:

Beschouw de volgende .... functie:

$$f(x) = 2x + 3$$

Bereken nu $f(1)$
1 heet het ....
f(1) noemen we de .... of het ....

Wat is in het algemeen het domein van een functie?

In het laatste voorbeeld is dat dus:

In het yoghurt-voorbeeld is dat dus:

2. Wat is een rationale functie?

Neem terug ons yoghurt-voorbeeld f(x) =

De teller is een veelterm nl. ......

De noemer is bovendien ook een veelterm namelijk ......

Onze functie is dus een quotiënt van ....

Geef nu zelf nog zo'n voorbeelden.

f(x) =

f(x) =

Is een veeltermfunctie, b.v. $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$ ook een quotiënt van twee veeltermen? Leg uit.

definitie

Zijn $h(x)$ en $g(x)$ veeltermen in x, dan is de functie

$$f : x \mapsto \frac{h(x)}{g(x)}$$

een RATIONALE FUNCTIE in x, op voorwaarde dat . . . .

Want denk eraan: ”Wie deelt door NUL is een . . . . !!!!!!”

3. Het domein van een rationale functie

Bekijk terug de betekenis van het domein van een functie op blz. 4.

Bij een rationale functie behoren de . . . . dus NOOIT tot het domein.

ONTHOUD!!!

Zij f een rationale functie, dan is dom $f =$ . . . . . . $\setminus$ . . . .

Voorbeeld:

$$f : x \mapsto \frac{x^2 - x + 1}{-2x^2 + 5x - 2}$$

Bepaal nu voor deze functie: dom $f =$

4. De nulpunten van een rationale functie

De nulpunten van een rationale functie f zijn de nulpunten van de teller die ....

Voorbeeld:

$$f : x \mapsto \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 2}$$

We kunnen ook zeggen:

De nulpunten van een rationale functie f zijn de nulpunten van de teller die ....

5. Tekenonderzoek van een rationale functie

We onderzoeken het teken van .... en .... en vervolgens dit van het ....

We passen dit toe op het voorgaande voorbeeld:

Uit deze tekentabel kunnen we aflezen:

- $\operatorname{dom} f =$
- nulpunten f:
- $f(x) > 0 \Longleftrightarrow x \in \ldots\ldots\ldots$
- $f(x) < 0 \Longleftrightarrow x \in \ldots\ldots\ldots$
- $f(x) \geq 0 \Longleftrightarrow x \in \ldots\ldots\ldots$
- $f(x) \leq 0 \Longleftrightarrow x \in \ldots\ldots\ldots$

oefeningen

Bepaal het domein, de nulpunten en het tekenverloop van de volgende functies:

1. $f : x \mapsto \dfrac{2x^2+3x+2}{5}$

2. $f : x \mapsto -3x+5$

3. $f : x \mapsto \dfrac{x+5}{x-3}$

4. $f : x \mapsto \dfrac{2x-8}{x^2-5x+6}$

5. $f : x \mapsto \dfrac{x+7}{x^2-3x}$

6. $f : x \mapsto \dfrac{x^2+5}{4-x^2}$

7. $f : x \mapsto \dfrac{x^2-10x+9}{x-1}$

8. $f : x \mapsto \dfrac{x^3-1}{2x^2+11x+5}$

9. $f : x \mapsto \dfrac{x^2+5x+4}{x^3+3x^2+2x}$

10. $f : x \mapsto \dfrac{25x-x^3}{x^2-4x-45}$

11. $f : x \mapsto \dfrac{x^2-2x+1}{x^5-x^3}$

12. $f : x \mapsto \dfrac{3x^3-12x}{x^3+4x^2+x-6}$

13. $f : x \mapsto \dfrac{2}{x^3-3x^2+2x}$