

## §2. De algemene sinusfunctie

De functies

$$f : x \mapsto a \sin [b (x - c)] + d$$

met  $a, b \in \mathbb{R}_0$  en  $c, d \in \mathbb{R}$  noemen we algemene sinusfuncties. Waarom nemen we  $a$  en  $b$  verschillend van 0? .....

Ze spelen o.a. een grote rol in de fysica (eenparig cirkelvormige beweging, harmonische beweging, wisselstromen, golven). Ook bij de wiskundige vertolking van een aantal natuurlijke verschijnselen komen ze aan bod (getijdenwerking, gemiddelde dagtemperaturen, ...). We onderzoeken hoe we de grafieken van deze functies kunnen afleiden uit de sinusoïde.

Merken we eerst op dat we de studie kunnen beperken tot het geval dat  $a, b \in \mathbb{R}_0^+$ . Immers

- door toepassing van  $\sin(-x) = \dots\dots\dots$  kunnen we er steeds voor zorgen dat  $b > 0$  is;
- door toepassing van  $-\sin x = \sin(\dots\dots\dots)$  kunnen we er ook steeds voor zorgen dat  $a > 0$  is en waarbij natuurlijk niet terug  $b < 0$ .

Start nu de computer op en open onder de map "wiskunde" het programma "graphmat". We willen weten (net zoals bij de homografische functies) hoe de grafiek verandert als we het voorschrift een beetje aanpassen.

We geven de functie  $f : x \mapsto \sin x$  in onder de vorm  $y = \sin(x)$  (gevolgd door ENTER). Vanuit deze bijhorende grafiek gaan we nu verder werken. Kies bovendien onder VIEW, GRAPHPAPER, TRIG. Dit om op de X-as veelvoudn van  $\pi$  te kunnen aflezen.

1. De functie  $f_1 : x \mapsto \sin(x - \frac{\pi}{3})$

Geef deze functie in. Vergelijk de grafiek van  $f_1$  met de grafiek van  $f$ .

Besluit:.....

Denk ook nog eens even aan het verband tussen de sinus- en de cosinusfunctie!!

Hier hadden we  $\cos x = \sin(x + \dots)$ . Dit gaf een .....

- Beschouw de functie  $g_1 : x \mapsto \sin(x + \frac{\pi}{3})$ . Voorspel eerst hoe de grafiek er gaat uitzien. Controleer vervolgens met de computer.
- Geef een functie in van de vorm  $x \mapsto \sin(x - c)$  ( $c \in \mathbb{R}$ ), (maak een mooie keuze voor  $c$ ) wis het voorschrift en laat je gebuur het voorschrift terugvinden uitgaande van de getekende grafiek. Controleer of de oorspronkelijk getekende grafiek opnieuw overtekend wordt door je gebuur.

Wis (grafiek selecteren en klikken op "Delete eq") alle getekende grafieken en behalve de grafiek van de functie  $f_1 : x \mapsto \sin(x - \frac{\pi}{3})$ .

2. De functie  $f_2 : x \mapsto \sin \left[ \frac{1}{2} \left( x - \frac{\pi}{3} \right) \right]$

Geef deze functie in (let op het hakenwerk!). Vergelijk de grafiek van  $f_2$  met de grafiek van  $f_1$ .

Besluit:.....

- Beschouw de functie  $g_2 : x \mapsto \sin \left[ 2 \left( x - \frac{\pi}{3} \right) \right]$  Voorspel eerst hoe de grafiek gaat liggen. Controleer vervolgens met de computer.
- Geef een functie van de vorm  $x \mapsto \sin \left[ b \left( x - \frac{\pi}{3} \right) \right]$  ( $b \in \mathbb{R}_0^+$ ), wis het voorschrift en laat je gebuur het voorschrift terugvinden uitgaande van de getekende grafiek.

Wis alle getekende grafieken, behalve de grafiek van de functie  $f_2 : x \mapsto \sin \left[ \frac{1}{2} \left( x - \frac{\pi}{3} \right) \right]$

3. De functie  $f_3 : x \mapsto 3 \sin \left[ \frac{1}{2} \left( x - \frac{\pi}{3} \right) \right]$

Geef deze functie in. Vergelijk de grafiek van  $f_3$  met de grafiek van  $f_2$ .

Besluit:.....

Hoe kan je dit verklaren?

.....

Wis alle getekende grafieken, behalve de grafiek van de functie  $f_3 : x \mapsto 3 \sin \left[ \frac{1}{2} \left( x - \frac{\pi}{3} \right) \right]$

4. De functie  $f_4 : x \mapsto 3 \sin \left[ \frac{1}{2} \left( x - \frac{\pi}{3} \right) \right] + 2$

Geef deze functie in. Vergelijk de grafiek van  $f_4$  met de grafiek van  $f_3$ .

Besluit:.....

Hoe kan je dit verklaren?

.....

- Beschouw de functie  $g_4 : x \mapsto 3 \sin \left[ \frac{1}{2} \left( x - \frac{\pi}{3} \right) \right] - 3$ . Voorspel eerst hoe de grafiek gaat liggen. Controleer vervolgens met de computer.
- Geef een functie van de vorm  $x \mapsto 3 \sin \left[ \frac{1}{2} \left( x - \frac{\pi}{3} \right) \right] + d$ , wis het voorschrift en laat je gebuur het voorschrift terugvinden uitgaande van de getekende grafiek.

Wis nu alle getekende grafieken.

Oefen de invloeden van de verschillende parameters  $a, b, c$  en  $d$  nu in door een algemene sinusfunctie in te geven, kies je parameters wel mooi. Wis de vergelijking en laat je gebuur het functievoorschrift terugvinden. Indien het voorschrift juist is teruggevonden, zal je opgave mooi overtekend worden. Indien je gebuur een fout heeft gemaakt, zoek dan samen welke parameter  $a, b, c$  of  $d$  fout is en corrigeer. Ruil natuurlijk eens van rol.

Alle functies van de vorm  $f : x \mapsto a \sin[b(x - c)] + d$  hebben dus grafieken die kunnen afgeleid worden van de grafiek van de functie  $x \mapsto \sin x$  door de volgende transformaties:

- .....
- .....
- .....
- .....

Deze grafieken zijn daardoor allemaal van dezelfde vorm. We noemen deze functies daarom ALGEMENE SINUSfuncties.